

## **Educazione matematica**

**Titolo:**

### ***Calcolare velocemente***

**Apprendimento unitario da promuovere.**

L'alunno affronta situazioni diverse utilizzando gli strumenti del calcolo aritmetico in modo consapevole, in particolare le proprietà delle operazioni elementari.

**Compito unitario in situazione.**

Sapere utilizzare efficacemente lo strumento del calcolo con i numeri naturali per descrivere gli aspetti numerici di una situazione.

**Riferimenti analitici ai Documenti Nazionali.**

**PECUP**

**Identità:** a5, b1,2,3

**Strumenti culturali:** f1,2,3,5 g1,3.

**OSA**

**Matematica:**

*Il numero* C1a,b A1

*Geometria* C1a

*Introduzione al pensiero razionale* A3,4,5,7.

**E. affettività:** a1

**Obiettivi formativi con relativi standard di apprendimento.**

Il ragazzo sa utilizzare in modo consapevole i procedimenti di calcolo standard e sa riconoscere e utilizzare strategie diverse per abbreviare o controllare il proprio operato.

Si intende conseguito l'obiettivo per un ragazzo se: **(standard)**

- è in grado di riconoscere quantità organizzate secondo regolarità o particolari proprietà e utilizzare i numeri e le operazioni per ricavare risultati da poter riutilizzare in altri contesti;
- è in grado di individuare e utilizzare in situazioni particolari strategie di calcolo orale e scritto per rendere più veloce la determinazione del risultato di semplici espressioni;

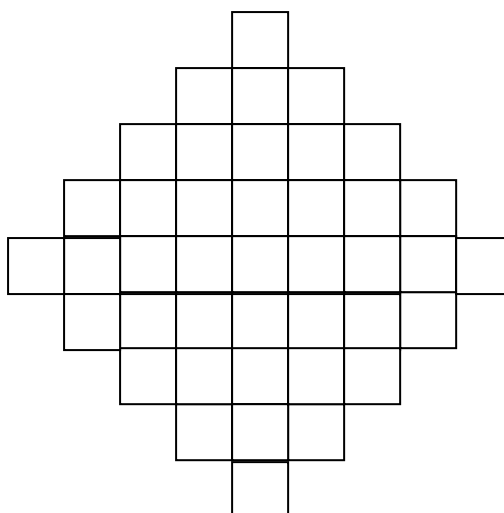
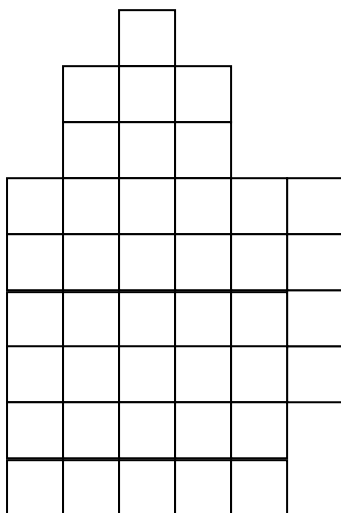
### **Attività laboratoriali.**

Nella scuola primaria gli alunni incontrano le operazioni elementari e gli algoritmi di calcolo. Generalmente si riscontra all'inizio della scuola secondaria di primo grado qualche incertezza, se non qualche difficoltà, nella corretta applicazione di tali algoritmi, specie per quel che riguarda la divisione. In alcuni casi si osserva una conoscenza o un uso limitato delle "tabelline" se non addirittura una erronea acquisizione degli stessi concetti delle operazioni: qualcuno confonde la struttura additiva e la struttura moltiplicativa, per qualcuno la divisione coincide con la divisione per 2. Se ormai l'ampiezza della diffusione degli strumenti di calcolo fa supporre che tale l'abilità sia diventata meno importante che un tempo, non bisogna sottovalutare che una appropriata sottolineatura di alcuni aspetti sia importante per consolidare l'acquisizione dei concetti aritmetici in genere e per avviare processi di generalizzazione.

#### **1. Figurarsi i numeri e le operazioni**

Un metodo per rendere meno noiosi gli esercizi di calcolo può essere chiedere di rappresentare graficamente le operazioni o di riconoscerle in immagini o situazioni proposte: un orologio analogico può rappresentare la moltiplicazione  $12 \times 5$ , un calendario settimanale può rappresentare i multipli di 7.

Consideriamo per esempio le seguenti immagini:



Esse possono rappresentare semplici espressioni composte di addizioni se si considera per esempio ciascuna riga come la rappresentazione di un numero. Per determinare il totale si può procedere in diversi modi: si possono considerare le figure così come sono, si possono spostare i quadretti in modo da completare il maggior numero di righe, oppure si possono cercare altre disposizioni regolari, come in questo caso, infatti le due figure hanno lo stesso numero di quadretti. A seconda della configurazione si può dar luogo a diverse espressioni, tutte ovviamente equivalenti.

Osserviamo che la configurazione proposta qui a destra coinvolge solo numeri dispari di una sola cifra: questa e altre somme notevoli, come la somma dei primi numeri naturali, la somma dei primi pari, la somma dei primi dispari possono costituire un bagaglio di risultati già pronti da utilizzare, nelle addizioni in colonna si procede sempre addizionando i valori delle cifre per ciascun ordine.

Un esempio di un'altra attività può essere il seguente:

*Considera i numeri 11 e 23. Nessuno di essi è multiplo di 3. Mostra con un disegno che la loro somma è multiplo di 3.*

L'analisi di situazioni di questo genere serve a recuperare e ad approfondire il motivo per cui in un'addizione come  $23 + 14 + 37$  è utile scambiare l'ordine degli addendi,  $23 + 17 + 14$ , in modo avere vicini i numeri per i quali la somma delle unità dà una decina, mostrando il ruolo nella scrittura posizionale dei multipli di 10.

## 2. Alcune moltiplicazioni particolari

Le seguenti attività intendono far riflettere su alcune moltiplicazioni in cui compaiono particolari fattori, come succede per le moltiplicazioni per dieci, cento, mille, sia per sviluppare le abilità di calcolo, sia per ampliare le conoscenze relative ai diversi sistemi di numerazione. Il lavoro può partire proprio dalle moltiplicazioni per 10, senza stupirsi se la regola non è conosciuta o non è usata.

#### *La moltiplicazione per undici e per nove*

Si può partire dall'osservazione dei primi multipli di 11 maggiori di 100:

121, 132, 143, 154, 165, 176, 187, 198

In tali numeri si nota che la cifra delle decine è uguale alla somma delle cifre delle centinaia e delle unità. Si può chiedere agli alunni di spiegare il motivo di tale particolarità, per portarli a riflettere che la moltiplicazione di un numero per 11 si ottiene sommando al numero assegnato il numero che da esso si ottiene moltiplicando per 10, ovvero facendo seguire l'ultima delle sue cifre da un ulteriore zero.

Si può quindi proporre di riflettere sulle moltiplicazioni per 9, chiedendo di scoprire come si può adattare la procedura appena vista e di applicarla in una serie di operazioni in cui il secondo fattore della moltiplicazione sia di ordine crescente. È importante operare il confronto con la procedura abituale della moltiplicazione per verificare quale dei procedimenti sia più veloce. In questo modo, proponendo magari anche delle gare di moltiplicazioni, da svolgere anche oralmente, è possibile esercitare e migliorare le abilità di calcolo.

#### *La moltiplicazione per cinque*

Un modo per svolgere la moltiplicazione rendendola più facile consiste nel moltiplicare per 10, facendo seguire al numero uno zero, e quindi dividere il numero così ottenuto per due. Consideriamo la moltiplicazione  $143 \times 5$ ; essa diventa

$$143 \times 5 = 143 \times 10 : 2 = 1430 : 2 = 715$$

In classe si possono mostrare alcuni esempi, chiedendo ai ragazzi di osservare il procedimento e di formulare una regola di calcolo.

#### *La moltiplicazione per quindici*

In questo caso si procede come per la moltiplicazione per cinque, sommando il risultato ottenuto con quello parziale. Consideriamo un esempio,  $423 \times 15$ ; per essa si opera

$$423 \times 10 = 4230,$$

quindi

$$4230 : 2 = 2115,$$

e infine

$$4230 + 2115 = 6345.$$

Anche ora la richiesta può essere di formulare una regola di calcolo.

Si può anche richiedere di individuare altre moltiplicazioni in cui sia possibile procedere in maniera analoga.

### *La moltiplicazione per sette*

Anche la moltiplicazione per sette può essere ricondotta a operazioni più semplici. Consideriamo  $634 \times 7$ ; si può trasformare l'operazione in questo modo

$$634 \times 7 = 634 \times (1 + 2 + 4) = 634 \times 1 + 634 \times 2 + 634 \times 4.$$

Osservando le tre moltiplicazioni si nota che i relativi prodotti si ottengono ciascuno dal precedente semplicemente raddoppiandolo. La moltiplicazione assegnata viene così trasformata nell'addizione di prodotti che si ottengono con la più facile delle moltiplicazioni, quella per due.

Il lavoro può procedere con la ricerca di altri numeri per i quali si può procedere in maniera analoga quando si presentano come fattori di una moltiplicazione, quali ad esempio tre, quindici, trentuno, verificando se questo modo di calcolare è realmente più rapido di quello solito. Si può inoltre proporre di indagare se e come si può adattare il metodo "raddoppia e somma" alle moltiplicazioni in cui uno dei fattori è cinque, nove o dodici.

Questo lavoro può essere spinto fino a mettere in luce il fatto che ogni numero può essere ottenuto come somma di potenze di due, e quindi all'introduzione del sistema di numerazione binario.

Questo genere di esercizi può portare a riconsiderare la struttura della scrittura posizionale decimale dei numeri naturali e a rivedere l'algoritmo della moltiplicazione in colonna, con lo scopo di rendersi conto dei principi su cui si basa il suo funzionamento, in particolare si dà la possibilità ai ragazzi di utilizzare e riconoscere la proprietà distributiva in modo significativo.

### **3. Divisioni successive**

L'algoritmo della divisione rappresenta per molti un ostacolo. Può essere utile cogliere l'opportunità di un errore o di una divisione "difficile" per mostrare un modo per aggirare in alcune occasioni l'ostacolo. Proponiamo di risolvere  $756 : 12$  secondo il metodo abituale, quindi operiamo una sequenza di divisioni successive:

$$756 : 2 = 378$$

$$378 : 2 = 189$$

$$189 : 3 = 63$$

Dopo aver proposto altri esempi analoghi si può chiedere di spiegare per quale motivo si ottengono gli stessi risultati: in questo modo si rafforza il concetto di divisione e si fornisce uno strumento per ampliare l'abilità di calcolo, oltre che una importante base di esperienza da ripescare quando si affronterà la divisibilità.

### **Verifiche e portfolio.**

Per la verifica si possono assegnare oltre ad alcuni esercizi di calcolo da svolgere seguendo le procedure viste alcuni esercizi che richiedono di modificare una delle procedure incontrate per adattarla a una nuova situazione, per esempio si può chiedere di formulare una regola da usare nella moltiplicazione per 25 o per 101, oppure individuare una successione di divisioni equivalenti alla divisione per 48. Per il portfolio si può chiedere di riassumere schematicamente il lavoro svolto, mettendo in luce le proprietà dei numeri, delle operazioni e del sistema di numerazione che sono state incontrate o scoperte.

**Andrea Gorini**